

# Wie funktioniert ISBN?

Fehlererkennende Codes an einem Beispiel



# Alltagssituation: Buchbestellung

- Man kann Bücher (im Internet oder bei Buchhandlungen) über die sogenannte **ISBN** bestellen.
- Die ISBN ist eine *10*-stellige Nummer.
- Das Buch „Introduction to Algorithms“ von Cormen, Leiserson, Rivest und Stein hat die ISBN *0-262-03293-7*

# Problem: Tippfehler und Zahlendreher

- Bei der Eingabe von ISBNs kann es zu **Tippfehlern** (*0-262-04293-7*) und **Zahlendrehern** (*0-262-02393-7*) kommen.
- Nützlich bei ISBN: **einzelne** Tippfehler und Zahlendreher können sicher erkannt werden.

# Wofür steht ISBN?

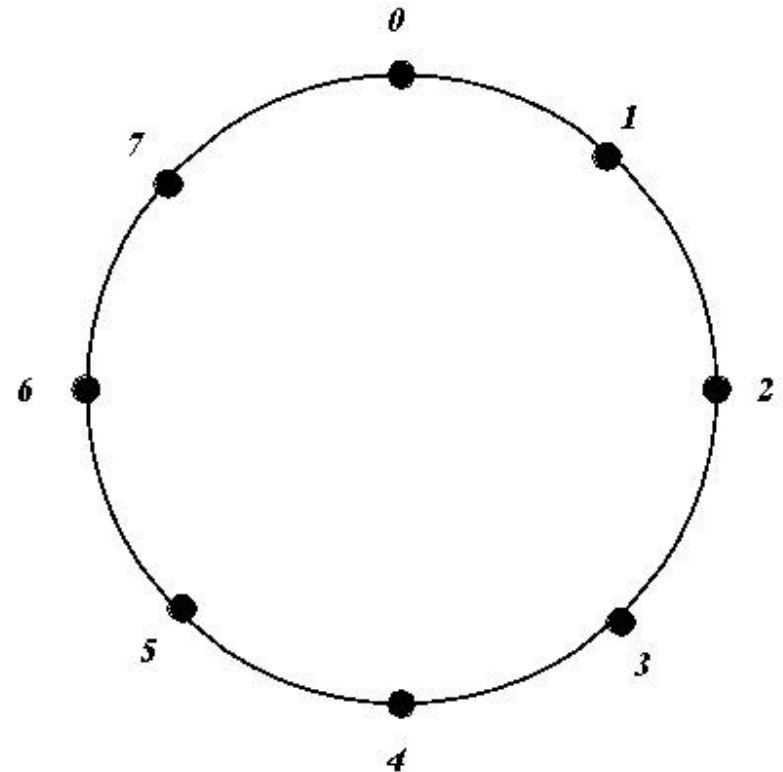
- ISBN: **International Standard Book Number**
- Besteht aus 4 Blöcken
  - Sprachcode
  - Verlagsnummer
  - Buchnummer (vom Verlag vergeben)
  - Prüfziffer
- **Fehlererkennung** geschieht mittels **Prüfziffer**

# Einschub: Modulare Arithmetik

- Um das ISBN System zu verstehen braucht man **modulare Arithmetik**.
- Seien  $a$  und  $m$  natürliche Zahlen.
- Man kann  $a$  auch so schreiben:  $a = m b + r$ 
  - Vielfaches  $b$  von  $m$
  - Rest  $r$  ist eine Zahl zwischen  $0$  und  $m - 1$
- Man sagt  $a$  ist kongruent  $r$  **modulo**  $m$

# Anschaulich: Rechnen auf einem Rad

- **Bestimmung von  $r$**   
starte bei  $0$ , gehe  $a$   
Schritte im Uhrzeigersinn  
auf dem Rad.
- Anzahl Umrundungen:  
Vielfaches  $b$  von  $a$ .
- Beispiele:
  - $9$  kongruent  $1$  modulo  $8$
  - $16$  kongruent  $0$  modulo  $8$



# Prüfziffern bei ISBN

- **Gewichtete Quersumme** der ersten 9 Ziffern modulo 11:
  - $z_i$  sei  $i$ -te Ziffer
  - $P$  sei Prüfziffer
  - $P = 1 z_1 + 2 z_2 + \dots + i z_i + \dots + 9 z_9 \text{ modulo } 11$
- **Tippfehler und Zahlendreher**: wenn die ISBN genau einen dieser Fehler hat, kann das erkannt werden.

# Erkennung von Tippfehlern

- Angenommen Prüfziffer ist falsch: das kann aus den 9 (richtigen) Ziffern berechnet werden ✓
- Angenommen genau die  $i$ -te Ziffer ist falsch:
  - Betrachte Differenz der richtigen und falschen ISBN.
  - Genau Stelle  $i$  ist nicht null (sonst wären sie gleich).
  - Wert der  $i$ -ten Ziffer sei  $t$ . Also  $t i > 0$ .
  - Zu zeigen Prüfziffer:  $t i \text{ modulo } 11 \neq 0$ .
  - Klar, da weder  $t$  noch  $i$  durch 11 teilbar sind. ✓



# Was ist bei zwei und mehr Tippfehlern?

- In dem Fall können die Prüfziffern gleich sein
- Beispiel
  - *0-262-03293-7* und *0-262-14293-7* unterscheiden sich an der 5-ten und 6-ten Ziffer
  - Sie haben beide die (richtige) Prüfziffer 7

# Erkennung von Zahlendrehern

- Ziffern an den Positionen  $k$  und  $k + 1$  seien  $x$  und  $y$ .
- $x$  und  $y$  sind unterschiedlich (sonst kein Zahlendreher)
- Betrachte Prüfziffer der Differenz der beiden ISBN
  - $P = k(x - y) + (k + 1)(y - x) = y - x \neq 0 \text{ modulo } 11$
  - Prüfziffern der beiden ISBN also unterschiedlich
  - Zahlendreher werden erkannt. ✓

# Ausblick: Fehlererkennende Codes

- **Fehlererkennender Code**: dient dazu **Übertragungsfehler** von Daten zu erkennen.
  - Besteht aus Nutzdaten und Redundanzinformation
  - Redundanz dient zur Fehlererkennung
- ISBN ist ein Beispiel dafür.
  - Nutzdaten: 9 Ziffern, Redundanz: Prüfziffer
- Weiterer fehlererkennender/-korrigierender Code
  - Optische Fehler beim Lesen von CD (Staub)
  - Dieser Code kann sogar manche Fehler korrigieren