Lehrstuhl für Informatik 1 SS 2021
Prof. Dr. Woeginger 28.06.2021
Daniel Cloerkes, Tim Hartmann, Daniel Mock

Übung zur Vorlesung
Formale Systeme, Automaten, Prozesse

Blatt 9

Abgabe bis Montag, den 05.07.2021 um 14:00 Uhr
im Moodle-Lernraum.

Allgemeine Hinweise

- Der **Workflow** sieht wie folgt aus. Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt **im Moodle-Lernraum** und kann nur in **Dreiergruppen** stattfinden. Dabei dürfen die Gruppenmitglieder verschiedene Tutorien besuchen. Es darf **nur eine** Person je Abgabeteam die Abgabe hochladen. Die Bepunktung wird dann von uns für **alle** Gruppenmitglieder **separat** im Lernraum eingetragen. Die Feedbackdatei ist jedoch nur dort sichtbar, wo die Abgabe hochgeladen wurde und muss innerhalb des Abgabeteams **weitergeleitet** werden.
- Die **Lösung** muss als eine PDF-Datei von max. 10MB hochgeladen werden. Damit die Punkte allen drei Gruppenmitgliedern zugeordnet werden können, muss **oben** auf der **ersten Seite** Ihrer Lösung der **Name**, die **Matrikelnummer** sowie die **Nummer der Tutorien** von **allen** Gruppenmitgliedern angegeben sein.
- Wer eine (sinnvoll) mit LaTeX erzeugte Lösung abgibt, erhält **einen Bonuspunkt**. Graphische Darstellungen von Automaten können bspw. mit dem Package TikZ erstellt werden, dürfen aber auch extern erstellt und dann in die PDF eingefügt werden.
- Nichteinhalten dieser Hinweise führt zu Abzug von bis zu 50% der erreichten Punkte.

Tutoriumsaufgabe 9.1

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass die Sprache L_P der Palindrome nicht DPDA-erkennbar ist. Wir betrachten die Sprache der Palindrome über dem Alphabet $\{a, b, \#\}$, die in der Mitte das Trennsymbol # haben:

$$L_P^\# := \{w\#w^\mathcal{R} \mid w \in \{a, b\}^* \text{ und } w^\mathcal{R} \text{ ist die Spiegelung von } w\}$$

Geben Sie einen DPDA an, der die Sprache $L_P^\#$ erkennt. Beschreiben Sie kurz die Idee Ihres Automaten.

Tutoriumsaufgabe 9.2

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik

$$\mathcal{G} = (\{S, A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

wobei P die folgenden Regeln beinhaltet:

$$\begin{array}{llll} S \to & DAcc & D \to & EEa \mid DFc \\ A \to & CED & E \to & dC \\ B \to & FDa & F \to & Bb \\ C \to & aDE \mid ab & & \end{array}$$

a) Wenden Sie den Markierungsalgorithmus an, um zu bestimmen, welche Nichtterminalsymbole terminierend sind. Geben Sie diese an!

b) Ist $L(\mathcal{G})$ leer? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

Tutoriumsaufgabe 9.3

Eine Grammatik für die Sprache der Listen boolescher Werte ist gegeben durch

$$\mathcal{G} := (\{S, Z\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{n}, \mathtt{c}, (,), \mathtt{,}\}, P, S)$$

mit den folgenden Regeln in P:

$$\begin{array}{l} S \to \mathtt{c}(Z\,\mathtt{,}S) \mid \mathtt{n} \\ Z \to \mathtt{0} \mid \mathtt{1} \end{array}$$

Sei

$$w := \mathtt{c(0,c(1,n))}$$

a) Liegt w in $L(\mathcal{G})$? Falls ja, geben Sie einen Ableitungsbaum für w in $\mathcal{G}$ an.

b) Geben Sie für die Grammatik $\mathcal{G}$ einen Parser an, der das Eingabewort $w \in L(\mathcal{G})$ von links nach rechts liest und den Ableitungsbaum für w in $\mathcal{G}$ ausgibt.

c) Geben Sie einen DPDA an, der die Sprache $L(\mathcal{G})$ erkennt.

Videoaufgabe 9.1

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ wobei P die folgenden Regeln beinhaltet:

$$\begin{array}{llll} S \to & SS \mid BB \mid b & B \to & AS \mid SA \\ A \to & CB \mid a \mid b \mid c & C \to & AC \mid c \end{array}$$

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort *abcbab* zu $L(\mathcal{G})$ gehört.

b) Geben Sie jedes Nichtterminalsymbol an, aus dem das Teilwort *bcba* in $\mathcal{G}$ ableitbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort in ein Paar Sätzen.

Videoaufgabe 9.2

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Beantworten Sie folgende Fragen mit einer kurzen Begründung.

Gibt es ...

a) eine reguläre Sprache, die Teilmenge einer nicht-regulären Sprache ist?

b) eine nicht-reguläre Sprache, die Teilmenge einer regulären Sprache ist?

c) eine reguläre Sprache L_1 und eine nicht-reguläre Sprache L_2 über Σ mit $L_1 \cap L_2 = \emptyset$?

d) eine reguläre Sprache L_1 und eine nicht-reguläre Sprache L_2 über Σ mit $L_1 \cup L_2 = \Sigma^*$?

e) eine Sprache, die weder regulär, kontextfrei, noch kontextsensitiv ist?

f) eine Sprache, die zugleich kontextfrei und kontextsensitiv ist?

g) eine nicht-reguläre Sprache, die Teilmenge einer kontextsensitiven Sprache ist?

h) zwei nicht-reguläre Sprachen, deren Vereinigung regulär ist?

Hausaufgabe 9.1 — **4+6 Punkte**

Geben Sie DPDAs an, die die folgenden Sprachen erkennen. Beschreiben Sie kurz die Idee Ihres Automaten.

a) $L_1 = \{w\$ \mid w \in \{a, b\}^*,\ |w|_a = 2\,|w|_b\}$

b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2\,|w|_b\}$

Hausaufgabe 9.2 — **6+1 Punkte**

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (N, \{a, b, c, d\}, P, S)$ mit der Menge von

Nichtterminalsymbolen $N = \{S, A, B, C, D, E, F, G\}$ und P mit den folgenden Regeln:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ECAd \mid GAC \mid aBA \\
A &\rightarrow dF \mid ad \\
B &\rightarrow aCd \\
C &\rightarrow aSA \mid bAaS \mid cBD \\
D &\rightarrow aEA \\
E &\rightarrow GaA \mid bEC \mid cAd \\
F &\rightarrow bCb \\
G &\rightarrow CCc \mid AbF \mid AbE
\end{aligned}$$

a) Wenden Sie den Markierungsalgorithmus an, um zu bestimmen, welche Nichtterminalsymbole terminierend sind. Geben Sie diese an.

b) Ist $L(\mathcal{G})$ leer? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

Hausaufgabe 9.3 **2+6+4 Punkte**

Eine Grammatik für die Sprache der Bäume, deren Knoten jeweils maximal zwei Kinder haben und deren Blätter boolesche Werte speichern, ist gegeben durch

$$\mathcal{G} := (\{S, Z\}, \{\texttt{0}, \texttt{1}, \texttt{t}, \texttt{l}, (,), \texttt{,}\}, P, S)$$

mit den folgenden Regeln in P:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow \texttt{t}(S\texttt{,}S) \mid \texttt{t}(S) \mid \texttt{l}(Z) \\
Z &\rightarrow \texttt{0} \mid \texttt{1}
\end{aligned}$$

a) Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort

$$\texttt{t(l(0),t(l(1)))}$$

in $\mathcal{G}$ an.

b) Geben Sie für die Grammatik $\mathcal{G}$ einen Parser an, der das Eingabewort $w \in L(\mathcal{G})$ von links nach rechts liest und den Ableitungsbaum für w in $\mathcal{G}$ ausgibt.

c) Geben Sie einen DPDA an, der die Sprache $L(\mathcal{G})$ erkennt.

Hausaufgabe 9.4 **6+2 Punkte**

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, e, h, n\}, P, S)$ wobei P die folgenden Regeln beinhaltet:

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AA \mid AS \mid BA \mid CB & \qquad B &\rightarrow BC \mid c \mid e \mid h \\
A &\rightarrow a \mid n & \qquad C &\rightarrow AB \mid h
\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort *aachen* $\in L(\mathcal{G})$.

b) Lesen Sie aus Ihrer Tabelle von Aufgabe a) ab: Welche Infixe von *aachen* sind von S ableitbar? Begründen Sie ihr Vorgehen.